Lösung 27.3.12.1

a) Grundgleichung der kinetischen Gastheorie:

$pV = \frac{1}{3} N m_T \overline{v^2}$ $\quad N m_T = m$ $\quad pV = \frac{1}{3} m \overline{v^2}$ $\quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{3p}{\overline{v^2}}$ (1)

$pV = \frac{1}{3} N m_T \overline{v^2}$ $\quad pV = NkT$ $\quad \frac{3kT}{m_T} = \overline{v^2}$ (2) 2 P.

aus $m = \rho \cdot V = \rho A x_1$ wird unter Verwendung von (1) und (2)

$m = \frac{3pAx_1 m_T}{3kT}$ $\quad m_T = 29u$ 1 P.

$m = \frac{pAx_1 m_T}{kT} = 10{,}5 mg$ 1 P.

$D = \frac{F}{x_1} = \frac{pA}{x_1} = 9{,}00\ \frac{kN}{m}$ 1 P.

b) bei $x_2 = 2x_1 \rightarrow F_2 = 2F_1 \rightarrow p_2 = 2p_1 = 2 \cdot 10^5\ Pa$ 1 P.

unter Verwendung der allgemeinen Zustandsgleichung $\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$ folgt

$\frac{2p_1 2V_1}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{T_1} \rightarrow T_2 = 4T_1 \rightarrow T_2 = 1{,}2 \cdot 10^3\ K$ 1 P.

c) $p = \frac{F}{A} = \frac{Dx}{A} = \frac{DxA}{A^2} = \frac{DV}{A^2}$

$W = -\int_{V_1}^{V_2} p\,dV = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{DV}{A^2} dV$

$W = \left[-\frac{D}{A^2}\left(\frac{V^2}{2}\right)\right]_{V_1}^{V_2}$ 2 P.

$W = -\frac{D}{2A^2}\left(V_2^2 - V_1^2\right)$

$W = -\frac{9000\frac{N}{m}}{2 \cdot (9{,}00 \cdot 10^{-4} m^2)^2}\left((1{,}8 \cdot 10^{-5} m^3)^2 - (9{,}00 \cdot 10^{-6} m^3)^2\right)$

$W = -1{,}35\ J$ 1 P.

Lösung 27.3.12.2

a) Es handelt sich um einen teilelastischen Stoß. Es gilt der Impulserhaltungssatz. 2 P.

$m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$ (1)

Bestimmung der Fallzeit:

$t = \sqrt{\frac{2 \cdot y}{g}}$ $\quad t = 1.01 s$ 1 P.

Bestimmung von u_2:

$u_2 = \frac{x_2}{t}$ $\quad u_2 = 19.81 \frac{m}{s}$ 1 P.

Bestimmung von u_1 mit (1):

$u_1 = \frac{m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2}{m_1}$ $\quad u_1 = 103.9 \frac{m}{s}$ 1 P.

Bestimmung von x_1

$x_1 = u_1 \cdot t \qquad x_1 = 104.9\,m$ 1 P.

b)

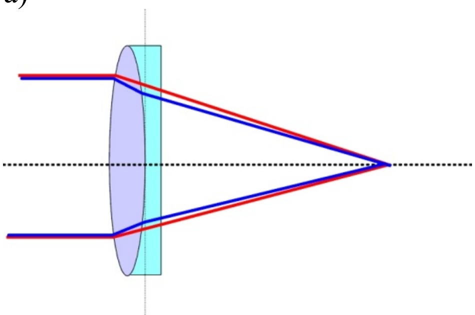
$$E_{kin1} = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} \qquad E_{kin1} = 1.25 \cdot 10^3\,J$$

$$Q = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} - \left[\frac{m_1 \cdot u_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot u_2^2}{2}\right] \qquad Q = 1.16 \cdot 10^3\,J$$ 4 P.

$$\frac{Q}{E_{kin1}} = 0.925 \qquad 92.5\%$$

Lösung 27.3.12.3

a)



z.B.: Blaues Licht wird in der Sammellinse stärker gebrochen als rotes Licht. Die Zerstreuungslinse "zerstreut" blau stärker als rot. Aufgrund ihrer größeren Brechzahl haben rot und blau den selben Brennpunkt im System. 2 P.

b) $f_{S,rot} = 10\,cm, \qquad n_{S,rot} = 1{,}513$

$$\frac{1}{f_{S,rot}} = (n_{S,rot} - 1) \cdot \left(\frac{1}{r_{S1}} - \frac{1}{r_{S2}}\right) \qquad r_{S2} = |r_{S1}|$$

$$\frac{1}{f_{S,rot}} = (n_{S,rot} - 1) \cdot \left(\frac{2}{r_{S1}}\right) \qquad r_{S1} = 2(n_{S,rot} - 1) \cdot f_{S,rot}$$

$r_{S1} = 10{,}26\,cm \qquad r_{S2} = -r_{S1} \qquad r_{S2} = -10{,}26\,cm$ 3 P.

c) Sammellinse:

$$\frac{1}{f_{S,rot}} = (n_{S,rot} - 1) \cdot \left(\frac{1}{r_{S1}} - \frac{1}{r_{S2}}\right) \qquad \frac{1}{f_{S,blau}} = (n_{S,blau} - 1) \cdot \left(\frac{1}{r_{S1}} - \frac{1}{r_{S2}}\right)$$

aus beiden Gleichungen ergibt sich

$$\frac{f_{S,blau}}{f_{S,rot}} = \frac{n_{S,rot} - 1}{n_{S,blau} - 1} \qquad f_{S,blau} = \frac{f_{S,rot} \cdot (n_{S,rot} - 1)}{n_{S,blau} - 1} \qquad (1)$$

Zerstreuungslinse:

$$\frac{1}{f_{Z,rot}} = (n_{Z,rot} - 1) \cdot \left(\frac{1}{r_{Z1}} - \frac{1}{r_{Z2}}\right) \qquad \frac{1}{f_{Z,blau}} = (n_{Z,blau} - 1) \cdot \left(\frac{1}{r_{Z1}} - \frac{1}{r_{Z2}}\right)$$

aus beiden Gleichungen ergibt sich

$$\frac{f_{Z,blau}}{f_{Z,rot}} = \frac{n_{Z,rot} - 1}{n_{Z,blau} - 1} \qquad f_{Z,blau} = \frac{f_{Z,rot} \cdot (n_{Z,rot} - 1)}{n_{Z,blau} - 1} \qquad (2)$$

(1) und (2) einsetzen und den Ausdruck nach $f_{Z,rot}$ umformen:

$$\frac{1}{f_{S,rot}}+\frac{1}{f_{Z,rot}}=\frac{1}{\frac{f_{S,rot}\cdot(n_{S,rot}-1)}{n_{S,blau}-1}}+\frac{1}{\frac{f_{Z,rot}\cdot(n_{Z,rot}-1)}{n_{Z,blau}-1}}$$

$$f_{Z,rot}=\frac{\frac{1}{\frac{n_{Z,rot}-1}{n_{Z,blau}-1}}-1}{1-\frac{1}{\frac{n_{S,rot}-1}{n_{S,blau}-1}}}\cdot f_{S,rot}$$

Es werden die Wellenlängen der C- und F-Linie verwendet:

$n_{S,rot}=1{,}513$ $\quad n_{S,blau}=1{,}521$ $\quad n_{Z,rot}=1{,}743$ $\quad n_{Z,blau}=1{,}772$

$f_{Z,rot}=-25{,}029cm$ 3 P.

d) Damit beide Linsen ohne einen Zwischenraum aneinander passen, muss der 2. Krümmungsradius der Sammellinse gleich dem 1. Krümmungsradius der Zerstreuungslinse sein:

$r_{Z1}=r_{S2}$

$$\frac{1}{f_{Z,rot}}=(n_{Z,rot}-1)\cdot\left(\frac{1}{r_{Z1}}-\frac{1}{r_{Z2}}\right) \qquad r_{Z2}=\frac{1}{\frac{1}{r_{Z1}}-\frac{1}{f_{Z,rot}(n_{Z,rot}-1)}}$$

$r_{Z2}=-22{,}888cm$ 2 P.

<u>Lösung 27.3.12.4</u>

a) Die Strahlungsleistung der Sonne ergibt sich zu

$P=S\cdot A_{Erde}$ mit $A_{Erde}=4\pi\cdot r_{Erde,Sonne}^{2}$

$P=3{,}85\cdot 10^{26}W$ 2 P.

Entsprechend gilt für den Merkur:

$S_{Merkur}=\frac{P}{A_{Merkur}}$ mit $A_{Merkur}=4\pi\cdot r_{Merkur,Sonne}^{2}$

$\underline{\underline{S_{Merkur}=9{,}14\,kW\cdot m^{-2}}}$ 2 P.

b) Da die Außentemperatur konstant 0°C beträgt, muss die Schmelzwärme allein durch die Strahlungsenergie aufgebracht werden. Es gilt also:

$Q_S=E_{Str}$

Dabei gilt für die Strahlungsenergie:

$E_{Str}=0{,}2\cdot P\cdot t\cdot\cos\alpha$ mit $\alpha=51°$ und $P=S\cdot A$ 2 P.

und für die Schmelzwärme gilt

$Q_S=q_S\cdot m$ mit $m=\rho\cdot V=\rho\cdot A\cdot d$

Daraus folgt:

$0{,}2\cdot S\cdot A\cdot t\cdot\cos\alpha=q_S\cdot\rho\cdot A\cdot d$

$$t=\frac{q_S\cdot\rho\cdot d}{0{,}2\cdot S\cdot\cos\alpha}$$ 3 P.

Mit den Werten $q_S=334kJ\cdot kg^{-1}$; $\rho_{Eis}=0{,}917g\cdot cm^{-3}$; $d=0{,}002m$; $\alpha=51°$ erhält man

$t=3558\,s$ bzw. $t\approx 1h$ 1 P.